

Условия и решение задач
Открытой городской олимпиады по астрономии, астрофизике
и физике космоса им. Михаила Михайловича Кобрин
21 января 2018 г.

Каждая задача оценивается в 7 баллов

1. Выберите наиболее точный ответ на каждый вопрос.

- | | |
|---|--|
| <p>а) Сколько звёзд в Солнечной системе:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) ни одной; 2) одна; 3) две; 4) три? | <p>б) Расстояние от Земли до Солнца равно:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) 1 астрономической единице; 2) 1 парсеку; 3) 1 световому году; 4) 380 тыс. км? |
| <p>в) Самая яркая звезда на небе находится в созвездии:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Большой Пёс; 2) Лебедь; 3) Лира; 4) Орион? | <p>г) Какая из планет обращается вокруг Солнца «лёжа на боку»:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Юпитер; 2) Сатурн; 3) Уран; 4) Нептун? |
| <p>д) Полярная звезда находится в созвездии:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Большая Медведица; 2) Кассиопея; 3) Пегас; 4) Малая Медведица? | <p>е) Какой из объектов не является звездой:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Альдебаран; 2) Вега; 3) Денеб; 4) Седна? |
- ж) Какой небесный объект всегда находится на одной и той же высоте над горизонтом в Нижнем Новгороде:
- 1) Луна;
 - 2) далёкий квазар;
 - 3) Полярная звезда;
 - 4) Туманность Андромеды?

2. Одна морская миля определена как расстояние в одну угловую минуту большого круга на поверхности земного шара. Выразите одну морскую милю в километрах, если длина экватора составляет 40 тыс. км.

3. При наблюдениях с Земли в телескоп за планетой у одной из соседних звёзд выяснилось, что за время полного оборота вокруг центральной звезды планета успевает вернуться к наблюдателю одной и той же точкой на своём экваторе ровно четыре раза. Сколько экваториальных суток длится полный год на данной планете? Рассмотреть варианты, когда планета вращается вокруг своей оси и по орбите вокруг звезды:

- а) в одну сторону (например, по часовой стрелке);
- б) в противоположные стороны (например, по и против часовой стрелки).

Считать, что плоскость планетарного экватора совпадает с плоскостью орбиты планеты.

4. Что больше: кинетическая энергия вращения Солнца вокруг своей оси или кинетическая энергия движения Юпитера по орбите вокруг Солнца? Солнце обращается вокруг своей оси за 1 месяц. В свою очередь, Юпитер совершает оборот вокруг Солнца за 12 лет по орбите, радиус которой примерно в 1 000 раз больше радиуса светила. Масса Юпитера примерно в 1 000 раз меньше солнечной массы.

Каждая задача оценивается в 7 баллов

1. Выберите наиболее точный ответ на каждый вопрос.

- а) Газовая оболочка вокруг ядра кометы: б) Млечный Путь на небе проходит:
- | | |
|------------|-----------------------------------|
| 1) Апекс; | 1) по зодиакальному кругу; |
| 2) Квazar; | 2) вдоль галактического экватора; |
| 3) Кома; | 3) вдоль небесного экватора; |
| 4) Корона? | 4) вдоль эклиптики? |
- в) В новолуние месяц восходит над горизонтом: г) Наиболее сильно изменяют длительность земных суток:
- | | |
|-------------|--------------------------------|
| 1) днём; | 1) антропогенная деятельность; |
| 2) вечером; | 2) лунные приливы; |
| 3) ночью; | 3) магнитные бури; |
| 4) утром? | 4) падающие метеориты? |
- д) Какая планета вращается вокруг своей оси в противоположную сторону, чем остальные: е) Первую удачную (безаварийную) посадку на Венеру совершил аппарат:
- | | |
|------------|---------------------|
| 1) Сатурн; | 1) Венера-9; |
| 2) Юпитер; | 2) Венера-экспресс; |
| 3) Земля; | 3) Кассини; |
| 4) Венера? | 4) Маринер-2? |
- ж) Смена времён года в Нижнем Новгороде происходит вследствие:
- 1) годового цикла светимости Солнца;
 - 2) изменения расстояния от Земли до Солнца;
 - 3) наклона земной оси к плоскости эклиптики;
 - 4) прецессии плоскости земной орбиты вокруг Солнца?

2. Космический радиointерферометр «Радиоастрон» позволяет получать изображения с разрешением 7 микросекунд дуги. Какова должна быть масса чёрной дыры в центре галактики М87 (одна из самых массивных в местном сверхскоплении галактик), чтобы радиointерферометр разглядел ближайшую окрестность этой дыры. Галактика М87 находится в 60 млн световых лет от Земли. На условной поверхности чёрной дыры вторая космическая скорость равна скорости света $c = 300$ тыс. км/с. Массу чёрной дыры выразите в массах Солнца, если известно, что радиус чёрной дыры солнечной массы равен 3 км.

3. Пульсар PSR J1748–2446ad вращается вокруг своей оси с периодом $T = 1,4$ миллисекунды (это пример наиболее быстрого вращения среди известных звёзд). Оцените минимальную допустимую среднюю плотность указанного пульсара, при которой силы гравитации ещё удержат звезду от разлёта. Гравитационная постоянная $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ м³/(кг·с²), объём шара радиуса r равен $4\pi r^3/3$.

4. Звезда медленно теряет свою массу за счёт звёздного ветра. Найти, как зависят от оставшейся массы звезды:

- а) радиус круговой орбиты планеты; б) период обращения планеты вокруг светила.

В данном процессе для планеты выполняется второй закон Кеплера: секторная скорость сохраняется постоянной при изменении массы звезды. В начальный момент времени радиус круговой орбиты планеты R_0 , масса звезды M_0 .

1. Выберите наиболее точный ответ на каждый вопрос.

- а) Какое ядро не может образоваться в результате термоядерного синтеза:
- 1) железо;
 - 2) титан;
 - 3) углерод;
 - 4) все могут?
- б) Наиболее сильное магнитное поле обнаружено у планеты:
- 1) Земля;
 - 2) Юпитер;
 - 3) Сатурн;
 - 4) Уран?
- в) Галактика Млечный Путь:
- 1) клочковатая;
 - 2) линзовидная;
 - 3) спиральная;
 - 4) эллиптическая?
- г) В 2017 году Нобелевская премия по физике присуждена за обнаружение:
- 1) гравитационных волн;
 - 2) реликтового излучения;
 - 3) ускоренного расширения Вселенной;
 - 4) экзопланет?
- д) Если бы Земля перешла на орбиту с вдвое большим радиусом, то её сила притяжения к Солнцу уменьшилась:
- 1) в 4 раза;
 - 2) в $2^{3/2}$ раз;
 - 3) в 2 раза;
 - 4) в $2^{1/2}$ раз?
- е) Периодические переменные звёзды, блеск которых изменяется с периодом в несколько суток:
- 1) новые;
 - 2) пульсары;
 - 3) сверхновые;
 - 4) цефеиды?
- ж) Какая из реакций даёт основной вклад в энерговыделение Солнца:
- 1) $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$;
 - 2) $2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$;
 - 3) ${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + 2p$;
 - 4) ${}^{235}\text{U} + n \rightarrow {}^{236}\text{U}^* \rightarrow {}^{144}\text{Ba}^* + {}^{89}\text{Kr}^* + 3n$?

2. Оцените минимальную температуру водородной атмосферы, которую уже не могут удержать: а) Солнце; б) белый карлик; в) нейтронная звезда. Масса Солнца $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30}$ кг, белого карлика — $0,5M_{\odot}$, нейтронной звезды — $1,5M_{\odot}$. Радиус Солнца 700 тыс. км, белого карлика — 10 тыс. км, а нейтронной звезды — 10 км. Масса атома водорода (протона) $m = 1,7 \cdot 10^{-27}$ кг, гравитационная постоянная $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ м³/(кг · с²), постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

3. Экспедиция отправляется к далёкой звёздной системе. На каком максимальном расстоянии от родного дома сентиментальный штурман всё ещё сможет разглядеть в иллюминатор невооружённым глазом удаляющееся Солнце? Ответ выразите в астрономических единицах. Видимая звёздная величина Солнца на Земле $m_{\odot} = -26,7$. Человек видит самые слабые звёзды с блеском $m = +6,5$. Для объектов с принимаемыми световыми потоками F_1 и F_2 разность их звёздных величин m_1 и m_2 определена равенством $m_1 - m_2 = -2,5 \lg(F_1/F_2)$.

4. Оцените максимальное электрическое напряжение (в системе отсчёта, связанной с Землёй), которое возникает между различными точками металлического корпуса спутника из-за наличия магнитного поля Земли с индукцией порядка 50 микротесла. Примите диаметр спутника равным 1 м. Спутник находится на низкой экваториальной орбите и движется примерно с первой космической скоростью 8 км/с.

1. а) 2) Одна — Солнце.
- б) 1) 1 астрономической единице.
- в) 1) Большой Пёс.
- г) 3) Уран.
- д) 4) Малая Медведица.
- е) 4) Седна.
- ж) 3) Полярная звезда.

2. 1,85 км.

Длина большого круга составляет 360° , и в одном градусе 60 угловых минут. Поэтому в большом круге $360 \cdot 60 = 21\,600$ угловых минут. Экватор представляет собой пример большого круга. Следовательно, одна морская миля равна $40\,000 \text{ км} / 21\,600 = 1,85 \text{ км}$.

3. а) Трое суток при сонаправленном вращении.

б) Пять суток при ретроградном вращении.

Без потери общности будем считать, что в экзопланетную новогоднюю полночь рассматриваемая точка обращена к Земле. Условие задачи означает, что за один год полуось «центр планеты — точка на экваторе» поворачивается относительно полуоси «звезда — Земля» на угол $360^\circ \times n$, где $n = 4$. Соответственно, в момент времени t , отсчитываемый от новогодней полночи, угол между указанными полуосями составляет величину $360^\circ \times n \times t/T$, где T — длительность одного года.

Указанный угол представляет собой сумму углов «Земля — звезда — центр планеты» и угла Φ между полуосями «звезда — центр планеты» и «центр планеты — точка на экваторе» при сонаправленном суточном и орбитальном вращении планеты. При ретроградном вращении вместо суммы углов следует взять их разность. В свою очередь, угол «Земля — звезда — центр планеты» изменяется на 360° за год и поэтому в произвольный момент t равен $360^\circ \times t/T$. Тогда угол Φ равен $360^\circ \times (n - 1) \times t/T$ в случае сонаправленного вращении и $360^\circ \times (n + 1) \times t/T$ в случае ретроградного вращении.

Одним суткам соответствует изменение угла Φ на 360° . Поскольку за один год угол Φ изменяется на величину $360^\circ \times (n - 1)$ в случае сонаправленного вращении и $360^\circ \times (n + 1)$ в случае ретроградного вращении, то один год длится соответственно $n - 1$ и $n + 1$ суток в указанных случаях. В частном примере $n = 4$ получаем соответственно 3 и 5 суток.

4. Кинетическая энергия вращения Солнца больше энергии Юпитера.

Юпитер проходит длину своей орбиты $L_{\text{Ю}}$ за время $t_{\text{Ю}} = 12$ лет. Тогда его скорость $v_{\text{Ю}}$ равна $L_{\text{Ю}}/t_{\text{Ю}}$, а кинетическая энергия $K_{\text{Ю}} = M_{\text{Ю}}v_{\text{Ю}}^2/2 = M_{\text{Ю}}L_{\text{Ю}}^2/(2t_{\text{Ю}}^2)$, где $M_{\text{Ю}}$ — масса Юпитера.

Точки на экваторе Солнца проходят путь $L_{\text{С}}$, равный длине экватора, за время $t_{\text{С}} = 1 \text{ мес.} = 1/12 \text{ года}$. Соответственно, скорость экваториальных точек $v_{\text{С}}$ равна $L_{\text{С}}/t_{\text{С}}$. Если бы все точки Солнца двигались с указанной скоростью $v_{\text{С}}$, то кинетическая энергия вращения светила составила бы величину $K_{\text{Сmax}} = M_{\text{С}}v_{\text{С}}^2/2 = M_{\text{С}}L_{\text{С}}^2/(2t_{\text{С}}^2)$, где $M_{\text{С}}$ — масса Солнца. Точки вне экватора на поверхности и внутри светила движутся медленнее, поэтому кинетическая энергия вращения Солнца $K_{\text{С}}$ меньше величины $K_{\text{Сmax}}$.

Для оценки найдём сначала отношение кинетических энергий $K_{C_{\max}}$ и $K_{Ю}$:

$$\begin{aligned}\frac{K_{C_{\max}}}{K_{Ю}} &= \frac{M_C L_C^2 / (2t_C^2)}{M_{Ю} L_{Ю}^2 / (2t_{Ю}^2)} = \frac{M_C r_C^2 t_{Ю}^2}{M_{Ю} r_{Ю}^2 t_C^2} = \frac{M_C}{M_{Ю}} \left(\frac{r_C}{r_{Ю}} \right)^2 \left(\frac{t_{Ю}}{t_C} \right)^2 = \\ &= 1\,000 \times \frac{1}{1\,000^2} \times \left(\frac{12 \text{ лет}}{1/12 \text{ года}} \right)^2 = 144^2 / 1\,000 \approx 20 \gg 1. \quad (1)\end{aligned}$$

В промежуточных преобразованиях в формуле (1) использовано то обстоятельство, что длина L окружности пропорциональна её радиусу r . Поэтому отношение длин L_1/L_2 двух произвольных окружностей равно отношению их радиусов r_1/r_2 .

Полученное отношение (1) существенно превышает единицу (в 20 раз), поэтому учёт более медленного вращения приполярных областей и недр Солнца, а также увеличения плотности светила к центру не повлияет на заключение, что кинетическая энергия вращения Солнца больше.

1. а) 3) Кома.
- б) 2) Вдоль галактического экватора.
- в) 4) Утром.
- г) 2) Лунные приливы.
- д) 4) Венера.
- е) 1) Венера-9.
- ж) 3) Наклона земной оси к плоскости эклиптики.

2. Больше 3,2 млрд масс Солнца.

Диаметр $2r$ чёрной дыры должен быть таким, чтобы видимый угловой размер дыры $2r/L$ с указанного расстояния

$$L = 60 \text{ млн св. лет} = (60 \cdot 10^6) \times (3 \cdot 10^5 \text{ км/с}) \times (365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с}) = 5,67 \cdot 10^{20} \text{ км}$$

превышал разрешение

$$\theta = 7 \text{ микросекунд дуги} = (\pi/180) \times (7 \cdot 10^{-6}) / (60 \cdot 60) \text{ рад} = 3,39 \cdot 10^{-11} \text{ рад}$$

радиоинтерферометра «Радиоастрон»:

$$2r/L > \theta. \quad (1)$$

Одинаковая вторая космическая скорость реализуется на поверхности тел, массы которых линейно пропорциональны их радиусам. Поэтому радиус r чёрной дыры пропорционален её массе M в первой степени и составляет величину $r_{\odot} (M/M_{\odot})$, где $r_{\odot} = 3 \text{ км}$ — радиус чёрной дыры солнечной массы, M_{\odot} — масса Солнца. Подставляем выражение $r = r_{\odot} (M/M_{\odot})$ в неравенство (1), что даёт искомое ограничение на массу чёрной дыры:

$$\frac{M}{M_{\odot}} > \frac{L\theta}{2r_{\odot}} = \frac{(5,67 \cdot 10^{20} \text{ км}) \times (3,39 \cdot 10^{-11} \text{ рад})}{2 \cdot 3 \text{ км}} = 3,2 \cdot 10^9.$$

Данная величина полностью соответствует современным представлениям о сверхмассивных чёрных дырах в центральных галактиках сверхскоплений. Поэтому радиоинтерферометр «Радиоастрон» способен разглядеть окрестности чёрной дыры в галактике M87.

3. $7,2 \cdot 10^{16} \text{ кг/м}^3$.

Для удержания вещества от разлёта ускорение свободного падения на поверхности пульсара $g = GM/R^2$ (совместно с нормальной реакцией ниже лежащих слоёв звезды) должно обеспечивать необходимое максимальное центростремительное ускорение $a = V^2/R = (2\pi R/T)^2/R = 4\pi^2 R/T^2$ точек на экваторе, где M — масса пульсара, R — его радиус, $V = 2\pi R/T$ — экваториальная скорость. Выражаем массу M в виде $4\pi R^3 \rho/3$ через плотность вещества ρ , что даёт эквивалентное выражение для ускорения свободного падения $g = 4\pi G \rho R/3$. Тогда указанное выше условие $g > a$ даёт искомое ограничение снизу на плотность вещества

$$\rho > \frac{3\pi}{GT^2} = \frac{3 \times 3,14}{[6,7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)] \times (1,4 \cdot 10^{-3} \text{ с})^2} = 7,2 \cdot 10^{16} \text{ кг/м}^3.$$

4. а) Радиус $R = R_0 M_0 / M \propto M^{-1}$;

б) период $T = T_0 M_0^2 / M^2 \propto M^{-2}$,

где M — оставшаяся масса звезды, $T_0 = 2\pi / \sqrt{GM_0/R_0^3}$ — начальный период.

Медленная потеря звёздной массы означает, что планета успевает обернуться много раз вокруг светила за время уменьшения массы звезды, например, вдвое. В таком случае орбита планеты остаётся круговой, поскольку отсутствует какое-либо выделенное направление для ориентации большой оси эллиптической орбиты (в отличие от случая мгновенного изменения массы звезды). При движении по кругу радиуса R со скоростью V секторальная скорость (площадь, заметаемая отрезком «звезда — планета» в единицу времени) составляет величину $VR/2$ и в силу своего постоянства равна начальному значению $V_0 R_0/2$, что задаёт равенство произведений

$$VR = V_0 R_0. \quad (2)$$

В свою очередь, уравнение Ньютона связывает центростремительное ускорение V^2/R планеты и силу гравитационного притяжения между звездой и планетой, делённой на массу планеты:

$$\frac{V^2}{R} = \frac{GM(t)}{R^2}, \quad (3)$$

где M — масса звезды в момент времени t , G — гравитационная постоянная. Делим левую и правую части уравнения Ньютона (3) на соответствующие части того же уравнения в начальный момент времени, что исключает гравитационную постоянную из части последующих выражений:

$$\frac{V^2}{R} \Big/ \frac{V_0^2}{R_0} = \frac{M(t)}{R^2} \Big/ \frac{M_0}{R_0^2}.$$

Подставляем в последнее равенство скорость $V = V_0 R_0 / R$, выраженную с помощью формулы (2), что определяет искомую зависимость для радиуса орбиты

$$R = R_0 M_0 / M \propto M^{-1}. \quad (4)$$

Искомый период T обращения планеты равен длине орбиты $2\pi R$, делённой на скорость планеты V , которая согласно уравнению Ньютона (3) равна $\sqrt{GM/R}$:

$$T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi R}{\sqrt{GM/R}} = \frac{2\pi (R/R_0)^{3/2}}{(M/M_0)^{1/2} \sqrt{GM_0/R_0^3}} = \frac{M_0^2}{M^2} \frac{2\pi}{\sqrt{GM_0/R_0^3}} \propto M^{-2},$$

где в промежуточных преобразованиях радиус R заменён на его временную зависимость (4). В полученном выражении для периода T величина $2\pi / \sqrt{GM_0/R_0^3}$ есть не что иное, как начальный орбитальный период планеты T_0 .

Решение задач 11 класса

1. а) 4) Все могут.
- б) 2) Юпитер.
- в) 3) Спиральная.
- г) 1) Гравитационных волн.
- д) 1) В 4 раза.
- е) 4) Цефеиды.
- ж) 3) ${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + 2p$.

2. а) $1,6 \cdot 10^7$ К для Солнца;
- б) $5,5 \cdot 10^8$ К для белого карлика;
- в) $1,7 \cdot 10^{12}$ К для нейтронной звезды.

Тепловая энергия $mv_T^2/2$ одной частицы (атома водорода или протона) составляет $3kT/2$, что определяет характерную тепловую скорость v_T как $\sqrt{3kT/m}$. Звезда не удержит атмосферу, в которой характерная тепловая скорость одной частицы $v_T = \sqrt{3kT/m}$ превышает вторую космическую скорость $\sqrt{2GM/R}$, где T — температура атмосферы, M и R — масса и радиус звезды. Указанное условие определяет искомую нижнюю границу температуры

$$T = \frac{2GMm}{3kR}.$$

Подставляем в полученную формулу параметры звёзд: для Солнца

$$T_C = \frac{2 \times [6,7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)] \times (2 \cdot 10^{30} \text{ кг}) \times (1,7 \cdot 10^{-27} \text{ кг})}{3 \times (1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}) \times (7 \cdot 10^8 \text{ м})} = 1,6 \cdot 10^7 \text{ К};$$

для белого карлика

$$T_{\text{бк}} = \frac{2 \times [6,7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)] \times (0,5 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}) \times (1,7 \cdot 10^{-27} \text{ кг})}{3 \times (1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}) \times (10^7 \text{ м})} = 5,5 \cdot 10^8 \text{ К};$$

для нейтронной звезды

$$T_{\text{нз}} = \frac{4 \times [6,7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)] \times (1,5 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}) \times (1,7 \cdot 10^{-27} \text{ кг})}{3 \times (1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}) \times (10^4 \text{ м})} = 1,7 \cdot 10^{12} \text{ К}.$$

В случае нейтронной звезды тепловая энергия протона при минимальной температуре $T_{\text{нз}}$ достигает почти четверти от его энергии покоя mc^2 :

$$\frac{3kT_{\text{нз}}/2}{mc^2} = \frac{GM_{\text{нз}}}{R_{\text{нз}}c^2} = \frac{[6,7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)] \times (1,5 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг})}{(10^4 \text{ м}) \times (3 \cdot 10^8 \text{ м/с})^2} = 0,22,$$

где $c = 300$ тыс. км/с — скорость света. Такое соотношение означает, что радиус $R_{\text{нз}}$ нейтронной звезды с массой $M_{\text{нз}} = 1,5M_{\odot}$ всего лишь в 2 раза превышает радиус чёрной дыры $2GM_{\text{нз}}/c^2 = 4,5$ км с той же массой $M_{\text{нз}}$.

3. $4,4 \cdot 10^6$ а. е.

Через произвольную сферу, окружающую Солнце, проходит одинаковый поток излучения. Поэтому принимаемый поток солнечного излучения на расстоянии R от светила пропорционален отношению фиксированной площади приёмника $s_{\text{пр}}$ (например, зрачка

глаза) к площади сферы радиуса R . Поскольку площадь указанной сферы пропорциональна квадрату её характерного линейного размера — радиуса, то принимаемый поток F обратно пропорционален квадрату расстояния R до Солнца. Тогда отношение принимаемых потоков F_1 и F_2 на расстояниях R_1 и R_2 равно обратному отношению квадратов расстояний:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}. \quad (1)$$

Подставляем в определение разности звёздных величин $m_1 - m_2 = -2,5 \lg(F_1/F_2)$ отношение потоков (1) на земной орбите и на максимальном расстоянии R_{\max} видимости Солнца штурманом:

$$m_{\odot} - m = -2,5 \lg \left[\left(\frac{R_{\max}}{1 \text{ а. е.}} \right)^2 \right],$$

из чего находим искомое расстояние

$$\frac{R_{\max}}{1 \text{ а. е.}} = 10^{(m-m_{\odot})/5} = 10^{[6,5-(-26,7)]/5} = 10^{6,64} = 4,4 \cdot 10^6.$$

По значениям в километрах для астрономической единицы $1 \text{ а. е.} = 150 \text{ млн км}$ и светового года $1 \text{ св. год} = (300 \text{ тыс. км/с}) \times (365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с}) = 9,5 \cdot 10^{12} \text{ км}$ можно определить расстояние R_{\max} в световых годах:

$$\frac{R_{\max}}{1 \text{ св. год}} = \frac{R_{\max}}{1 \text{ а. е.}} \times \frac{1 \text{ а. е.}}{1 \text{ св. год}} = 4,4 \cdot 10^6 \times \frac{1,5 \cdot 10^8 \text{ км}}{9,5 \cdot 10^{12} \text{ км}} \approx 70 \text{ св. лет.}$$

4. 0,4 вольта.

На экваторе индукция \vec{B} магнитного поля направлена вдоль поверхности Земли по линиям «юг — север». В таком случае спутник летит строго перпендикулярно линиям индукции. На свободные заряды (электроны) в корпусе спутника действует сила Лоренца $|qvB|$, направленная вертикально (вниз к Земле для электронов в случае движения спутника с запада на восток; $q < 0$ — заряд электрона, v — скорость спутника). Под действием силы Лоренца электроны перераспределяются в корпусе до тех пор, пока возникшее из-за перераспределения зарядов электрическое поле \vec{E} не создаст силу $|qE|$, которая компенсирует силу Лоренца $|qvB|$. Таким образом, создаваемая электронами напряжённость электрического поля направлена вертикально вниз (как и сила Лоренца), а её абсолютная величина E равна vB . Таким образом, пространственно однородное в пределах корпуса спутника электрическое поле создаёт разность потенциалов $U = ED$ между самой низкой и высокой точками спутника:

$$U = ED = vBD = (8 \cdot 10^3 \text{ м/с}) \times (50 \cdot 10^{-6} \text{ Тл}) \times (1 \text{ м}) = 0,4 \text{ В,}$$

где D — диаметр спутника.